

Sistemas de Numeração

O número é um conceito abstrato que representa a idéia de quantidade.

Sistema de numeração é o conjunto de símbolos utilizados para a representação de quantidades e as regras que definem a forma de representação.

- Não posicional
- Posicional

1. Sistemas de Numeração Não Posicional

Cada símbolo representa um valor fixo, independente de sua posição relativa ao número.

Exemplo: sistema de algarismos romanos.

Símbolos: I, V, X, L, C, D, M.

Regras:

- Cada símbolo colocado à direita de um maior é adicionado a este.
- Cada símbolo colocado à esquerda de um maior tem o seu valor subtraído do maior.

2. Sistemas de Numeração Posicional

O valor de cada símbolo é determinado de acordo com a sua posição no número.

Um sistema de numeração é determinado fundamentalmente pela BASE, que indica a quantidade de símbolos e o valor de cada símbolo.

Do ponto de vista numérico, o homem lida com o **sistema decimal**.

2.1. Sistemas Decimal

- Base: 10 (quantidade de símbolos).
- Elementos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

Embora o Sistema Decimal possua somente dez símbolos, qualquer número acima disso pode ser expresso usando o sistema de peso por posicionamento, conforme o exemplo a seguir:

$$3 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 6 \times 10^0$$

$$3000 + 500 + 40 + 6 = 3546$$

Dependendo do posicionamento, o dígito terá peso. Quanto mais próximo da extrema esquerda do número estiver o dígito, maior será a potência de dez que estará multiplicando o mesmo, ou seja, mais significativo será o dígito.

2.2. Sistemas Binário

É o sistema de numeração mais utilizado em processamento de dados digitais, pois utiliza apenas dos algarismos (0 e 1), sendo portanto mais fácil de ser representado por circuitos eletrônicos (os dígitos binários podem ser representados pela presença ou não de tensão).

- Base: 2. (quantidade de símbolos)
- Elementos: 0 e 1.

Os dígitos binários chamam-se BITS (Binary Digit). Assim como no sistema decimal, dependendo do posicionamento, o algarismo ou bit terá um peso. O da extrema esquerda será o **bit mais significativo** e o da extrema direita será o **bit menos significativo**.

O Conjunto de 8 bits é denominado Byte.

2.3. Sistemas Octal

- Base: 8. (quantidade de símbolos)
- Elementos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7.

O Sistema Octal (base 8) é formado por oito símbolos ou dígitos, para representação de qualquer dígito em octal, necessitamos de três dígitos binários. Os números octais têm, portanto, um terço do comprimento de um número binário e fornecem a mesma informação. O Sistema Octal foi criado com o propósito de minimizar a representação de um número binário e facilitar a manipulação humana.

2.4. Sistemas Hexadecimal

- Base: 16. (quantidade de símbolos)
- Elementos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E e F.

O Sistema Hexadecimal (base 16) fo criado com o mesmo propósito do Sistema Octal, o de minimizar a representação de um número binário. Se considerarmos quatro dígitos binários, ou seja, quatro bits, o maior número que se pode expressar com esses quatro dígitos é 1111, que é, em decimal 15. Como não existem símbolos dentro do sistema arábico, que possam representar os números decimais entre 10 e 15, sem repetir os símbolos anteriores, foram usados símbolos literais: A, B, C, D, E e F.

Conversão Entre os Sistemas de Numeração

- **Teorema Fundamental da Numeração:**

Relaciona uma quantidade expressa em um sistema de numeração qualquer com a mesma quantidade no sistema decimal

$$N = d_{n-1} \times b^{n-1} + \dots + d_1 \times b^1 + d_0 \times b^0 + d_{-1} \times b^{-1} + d_{-2} \times b^{-2} + \dots$$

Onde:

d é o dígito,
n é a posição e
b é a base.

Exemplos:

$$128_{10} = 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 8 \times 10^0$$

$$54347_{10} = 5 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 7 \times 10^0$$

$$100_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 4$$

$$101_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 5$$

$$24_8 = 2 \times 8^1 + 4 \times 8^0 = 16 + 4 = 20$$

$$16_8 = 1 \times 8^1 + 6 \times 8^0 = 8 + 6 = 14$$

Tabela de conversão de números

Decimal	Binário	Octal	Hexadecimal
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Conversão Decimal-Binário

- Dividir sucessivamente por 2 o número decimal e os quocientes que vão sendo obtidos, até que o quociente de uma das divisões seja 0.

O resultado é a seqüência de baixo para cima de todos os restos obtidos.

$10_{10} = ?_2$

10		2		
(0)		5		2
(1)		2		2
(0)		1		2
(1)		0		

$10_{10} = 1010_2$

- Caso exista fração: a parte inteira não muda. Aplica-se multiplicações sucessivas na parte à direita da vírgula.

$10,25_{10} = ?$

0,25	x2	=	0,50	x2	
					1,00

$10,25_{10} = 1010,01_2$

Conversão Binário-Decimal

- Aplica-se Teorema Fundamental da Numeração

$$101011_2 = ?$$

$$1x2^5 + 0x2^4 + 1x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0 = \\ 32 + 8 + 2 + 1 = 43_{10}$$

$$101011_2 = 43_{10}$$

Conversão Decimal-Octal

- Divisões sucessivas por 8.
- Multiplicações sucessivas por 8 (parte fracionária).

$$500_{10} = ?_8$$

$$500 \begin{array}{l} \text{---} \\ | \text{ 8} \\ \text{---} \end{array}$$

$$(4) \quad 62 \begin{array}{l} \text{---} \\ | \text{ 8} \\ \text{---} \end{array}$$

$$(6) \quad 7 \begin{array}{l} \text{---} \\ | \text{ 8} \\ \text{---} \end{array}$$

$$(7) \quad 0$$

$$500_{10} = 764_8$$

Conversão Octal-Decimal

- Aplica-se Teorema Fundamental da Numeração

$$764_8 = ?_{10}$$
$$7 \times 8^2 + 6 \times 8^1 + 4 \times 8^0 = 500_{10}$$

$764_8 = 500_{10}$

Conversão Decimal-Hexa

- Divisões sucessivas por 16.
- Multiplicações sucessivas por 16 (parte fracionária).

$$1000_{10} = ?_{16}$$

1000		16	
(8)	62		16
(14)	3		16
(3)			0

←

$1000_{10} = 3E8_{16}$

Conversão Hexa-Decimal

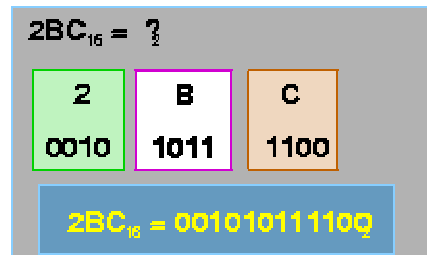
- Aplica-se Teorema Fundamental da Numeração

$$3E8_{16} = ?_{10}$$
$$3 \times 16^2 + 14 \times 16^1 + 8 \times 16^0 = 1000_{10}$$

$3E8_{16} = 1000_{10}$

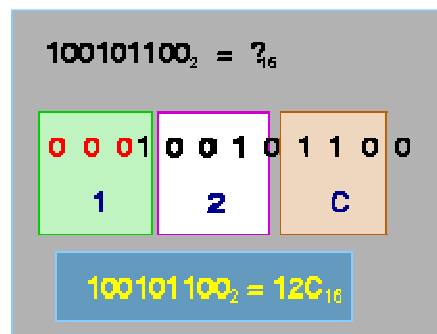
Conversão Hexa-Binário

- Agrupamento de 4 bits.
- Usar a tabela (Tabela 1).



Conversão Binário-Hexa

- Usar a tabela (Tabela 1).



Conversão Octal-Binário

- Agrupamento de 3 bits.
- Usar a tabela (Tabela 1).

$123_8 = ?_2$

1	2	3
001	010	011

$123_8 = 001010011_2$

Conversão Binário-Octal

- Usar a tabela (Tabela 1).

$10101100_2 = ?_8$

010	101	100
2	5	4

$10101100_2 = 254_8$

Conversão Octal-Hexa

- Dois passos:
 - Converter octal para binário.
 - Converter binário para hexa.

Conversão Hexa-Octal

- Dois passos:
 - Converter hexa para binário.
 - Converter binário para octal.

Sistema Binário

- Adição:

$0 + 0 = 0$
$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$
$1 + 1 = 0$ e vai 1

- Subtração:

$0 - 0 = 0$
$0 - 1 = 0$ e empresta 1
$1 - 0 = 1$
$1 - 1 = 0$

- Multiplicação:

$0 \times 0 = 0$
$0 \times 1 = 0$
$1 \times 0 = 0$
$1 \times 1 = 1$

- Divisão:
 - Mesmo procedimento da divisão no sistema decimal.