

2009

FATEC GT/FATEC SJC



Prof. MSc. Herivelto Tiago Marcondes dos Santos

[LISTA 1]

1. Um agricultor cultiva laranjas e também produz muda para vender. Após alguns meses a muda pode ser atacada por fungos com probabilidade 0,05 e, nesse caso, ela tem probabilidade 0,5 de ser recuperável. Admita que o processo de recuperação seja infalível. O custo de cada muda produzida é R\$1, que será acrescido de mais R\$ 0,5 se precisar ser recuperada. As irrecuperáveis são descartadas. Vendendo cada muda a R\$ 3, estude como se comporta o lucro por muda produzida.
2. Uma agência de turismo apresenta aos clientes o orçamento de uma viagem em duas partes. A primeira é o transporte aéreo que têm três opções com preços 3; 3,5 e 4 mil reais e preferências de escolha de 0,5; 0,3 e 0,2 para as companhias TWA, TWB e TWC, respectivamente. A segunda parte do orçamento é a escolha de estadia. Existem quatro opções de hotéis que custam 2; 2,5; 3 e 3,5 mil reais e são igualmente escolhidos pelos clientes, independentemente da companhia aérea. Seja X a variável aleatória: *orçamento da viagem*. Calcule a função de probabilidade e a função de distribuição da variável X .
3. Um equipamento consiste de duas peças A e B que têm 0,10 e 0,15 de probabilidade de serem de qualidade inferior. Um operário escolhe ao acaso uma peça tipo A e uma do tipo B para construir o equipamento. Na passagem pelo controle de qualidade o equipamento vai ser classificado. Será considerado como nível I se as peças A e B forem de qualidade inferior, nível II se uma delas for de qualidade inferior e, nível III, no outro caso. O lucro na venda é de R\$ 10, R\$ 20 ou R\$ 30 para os níveis I, II ou III, respectivamente. Como se comporta a variável lucro? Para dois equipamentos vendidos obtenha a função de probabilidade do lucro. Nesse caso, qual seria a probabilidade de pelo menos R\$ 30 de lucro?
4. Na verificação rotineira de máquinas, observam-se as partes elétrica, mecânica e estrutural. A probabilidade de aparecer uma falha em qualquer uma das partes é 0,01; independente das demais. O tempo de conserto é de 10, 20 ou 50 minutos para falha elétrica, mecânica ou estrutural, respectivamente. Se a falha elétrica aparece junto com a falha mecânica, teremos um acréscimo de 20 minutos devido a complicações no conserto. Para uma máquina escolhida ao acaso, qual a probabilidade do tempo de conserto:
 - a. Durar menos de 25 minutos?
 - b. Ultrapassar 40 minutos?
5. Uma empresa paga a seus estagiários de engenharia de acordo com o ano de curso do estudante. Para se obter o salário mensal pago por 30 horas semanais, multiplica-se o salário mínimo pelo ano de curso do estagiário. Dessa forma, o estudante do primeiro ano ganha um salário mínimo, o do segundo recebe dois e assim por diante até o quinto ano. A empresa vai empregar 2 novos estagiários e admitimos que todos os anos tivessem igual número de estudantes interessados no estágio (considere a população de candidatos muito grande de modo a não haver diferença entre escolher com ou sem reposição). Pergunta-se a probabilidade de:
 - a. Os dois serem do primeiro ano?
 - b. A empresa gastar no máximo 3 salários mínimos com os estágios?
 - c. Sabendo que gastou pelo menos 4, gastar menos de 7 salários mínimos?
6. Estatísticas de acidentes, num trecho da rodovia SP330, indicam probabilidade de 0,05 de haver um acidente durante a madrugada (24 às 6 horas). Em ocorrendo um acidente nesse período, a chance de gerar vítimas é de 0,5. Ainda considerando o período acima, se acontece um acidente com vítima, ela será fatal com probabilidade 0,1. O serviço de ajuda aos usuários utiliza 2 veículos na inspeção do tráfego naquela área. A esse número, acrescentamos mais 2 se houver acidente. Se o acidente tem vítimas, acrescente aos anteriores mais 2 veículos e finalmente, acrescente mais 1 se a vítima for fatal. Encontre a função de probabilidade da variável aleatória *número de veículos em serviço de auxílio nessa estrada durante a madrugada*.
7. Em treinamento de animais, usa-se a repetição como estratégia de aprendizagem. Num experimento, um macaco realiza certa tarefa corretamente, pela primeira vez, com chance 0,5. Caso falhe, a probabilidade de realizar corretamente na segunda tentativa cresce 10%, ou seja, a probabilidade é agora 0,55 e assim sucessivamente. Admita que o experimento termine em quatro tentativas, ou antes, na primeira vez que o macaco acertar. Descreva o comportamento probabilístico do número de tentativas.
8. Supondo igualdade de probabilidade entre nascimentos de cada sexo, para uma família com três filhos, calcule a probabilidade de que:

- a. Exatamente dois sejam do sexo masculino.
 - b. Pelo menos um deles ser do sexo masculino.
 - c. Todos serem do sexo feminino.
9. Um time paulista de futebol tem probabilidade 0,92 de vitória sempre que joga. Se o time atuar 4 vezes, determine a probabilidade de que vença:
- a. Todas as 4 partidas.
 - b. Exatamente 2 partidas.
 - c. Pelo menos uma partida.
 - d. No máximo 3 partidas.
 - e. Mais da metade das partidas.
10. Um equipamento é expedido em lotes de 500 unidades. Antes que uma remessa seja aprovada, um inspetor escolhe 5 desses equipamentos e os inspeciona. Se nenhum dos equipamentos inspecionados for defeituoso, o lote é aprovado. Se um ou mais equipamentos forem defeituosos, todas as unidades são inspecionadas. Suponha que existam, de fato, dez equipamentos defeituosos no lote. Utilizando uma suposição conveniente, qual é a probabilidade de que seja necessário testar todos os equipamentos?
11. Suponha que um modelo teórico para a variável: *notas em um teste de história* (X) é dado por:

$$\mathbb{P}(x = j) = |j - 11|/66, j=0, 1, 2, \dots, 10$$

Para 27 alunos submetidos a esse teste, apresentamos um resumo de suas notas:

Notas	Frequência
0 --2	6
2 --4	10
4 -- 6	5
6 -- 8	5
8 -- 10	1

Um professor desconfia que o modelo não seja adequado. O que você acha?

12. Um laboratório estuda a emissão de partículas de certo material radioativo. Seja N : *número de partículas emitidas em 1 minuto*. O laboratório admite que N tem função de probabilidade Poisson com parâmetro 5, isto é,

$$\mathbb{P}(N = k) = e^{-5}5^k/k! \text{ onde } k = 0, 1, 2, \dots$$

- a. Calcule a probabilidade de que em um minuto não haja emissões de partículas.
 - b. Determine a probabilidade de que pelo menos uma partícula seja emitida em um minuto.
 - c. Qual a probabilidade que, em um minuto, o número de partículas emitidas esteja entre 2 e 5 (inclusive)?
13. Considere uma variável aleatória X assumindo os valores 0, 1, 2, ..., 5 e $\mathbb{P}(X = j) = k * 0,8 * 0,2^j, j = 0, 1, 2, \dots, 5$.
- a. Para qual valor de k a expressão acima é uma função de probabilidade?
 - b. Calcule $\mathbb{P}(X = 3 | X \leq 5)$.
14. Uma vacina contra a gripe é eficiente em 70% dos casos. Sorteamos, ao acaso, 20 dos pacientes vacinados e pergunta-se a probabilidade de obter:
- a. Pelo menos 18 imunizados.
 - b. No máximo 4 imunizados.
 - c. Não mais do que 3 não imunizados.
15. 25% dos universitários de São Paulo praticam esporte. Escolhendo-se, ao acaso, 15 desses

- estudantes determine a probabilidade de:
- Pelo menos 2 deles serem esportistas.
 - No mínimo 12 deles não serem esportistas.
 - Havendo mais de 5 esportistas no grupo, obtermos menos de 7 que praticam esporte.
16. As pacientes diagnosticadas com câncer de mama precocemente têm 80% de probabilidade de serem completamente curadas. Para um grupo de 12 pacientes nessas condições, calcule a probabilidade de:
- Oito ficarem completamente curadas.
 - Entre 3 e 5 (inclusive) não serem curadas.
 - Não mais de 2 permanecerem com a doença.
17. A resistência (em toneladas) de vigas de concreto produzidas por uma empresa comporta-se conforme a função de probabilidade abaixo:

Resistência	2	3	4	5	6
p_i	0,1	0,1	0,4	0,2	0,2

- Admita que essas vigas sejam aprovadas para uso em construções se suportam pelo menos 3 toneladas. De um grande lote fabricado pela empresa escolhemos 15 vigas ao acaso. Qual será a probabilidade de:
- Todas serem aptas para construções?
 - No mínimo 13 serem aptas?
18. Em momentos de pico, a chegada de aviões a um aeroporto se dá segundo o modelo Poisson com taxa de 1 por minuto.
- Determine a probabilidade de 3 chegadas em um minuto qualquer do horário de pico.
 - Se o aeroporto pode atender 2 aviões por minuto, qual a probabilidade de haver aviões sem atendimento imediato?
 - Previsões para os próximos anos indicam que o tráfego deve dobrar nesse aeroporto, enquanto que a capacidade de atendimento poderá ser no máximo ampliada em 50%. Como ficará a probabilidade de espera por atendimento?
19. Uma indústria de tintas recebe pedidos de seus vendedores através de fax, telefone e Internet. O número de pedidos que chegam por qualquer meio (no horário comercial) é uma variável aleatória discreta com distribuição Poisson com taxa de 5 pedidos por hora.
- Calcule a probabilidade de mais de 2 pedidos por hora.
 - Em um dia de trabalho (8 horas), qual seria a probabilidade de haver 50 pedidos?
 - Não haver nenhum pedido em um dia de trabalho é um evento raro?
20. No estudo do desempenho de uma central de computação, o acesso à Unidade Central de Processamento (CPU) é assumido ser Poisson com 4 requisições por segundo. Essas requisições podem ser de várias naturezas tais como imprimir um arquivo, efetuar um cálculo ou enviar uma mensagem pela Internet, entre outras.
- Escolhendo-se ao acaso um intervalo de 1 segundo, qual é a probabilidade de haver mais de 2 acessos à CPU? E do número de acessos não ultrapassar 5?
 - Considerando agora o intervalo de 10 segundos, também escolhido ao acaso, qual é a probabilidade de haver 50 acessos?
21. Toda manhã, antes de iniciar a produção, o setor de manutenção de uma indústria faz a verificação de todo o equipamento. A experiência indica que em 95% dos dias tudo está bem e a produção se inicia. Caso haja algum problema, uma revisão completa será feita e a indústria só começará a trabalhar após o almoço. Faça alguma suposição adicional que julgar necessária e responda:
- Qual é a probabilidade de demorar 10 dias para a primeira revisão completa?
 - E de demorar pelo menos 15 dias?
 - Um esquema de manutenção, com revisão preventiva, está sendo montado de modo a evitar a revisão completa num dia aleatório. Determine um dia d , tal que probabilidade de quebra além de d seja pelo menos igual a 0,6. Revisando com intervalos de d dias o que estaremos garantindo?

22. Considere uma variável aleatória $X \sim G(0,8)$. Construa uma nova variável Y tal que $Y = X$ para os valores $0, 1, 2, \dots, 5$ e $Y = 6$ para $X \geq 6$. Dessa forma, Y corresponde ao truncamento de X a valores menores ou iguais a 6. Obtenha a função de probabilidade de Y e calcule:
- $\mathbb{P}(Y = 2)$.
 - O valor da função de distribuição (acumulada) no ponto 2,5.
 - $\mathbb{P}(Y = 3|Y \leq 5)$.
 - $\mathbb{P}(Y \geq 3 \text{ e } X < 8)$.
23. A duração (em centenas de horas) de uma lâmpada especial segue o modelo Geométrico com parâmetro $p = 0,7$. Determine a probabilidade da lâmpada.
- Durar menos de 500 horas.
 - Durar mais de 200 e menos de 400 horas.
 - Sabendo-se que vai durar mais de 300 horas, durar mais de 800 horas.
 - O item anterior é uma aplicação de um resultado geral válido para o modelo Geométrico. Assim, mostre que para $X \sim G(p)$ e quaisquer números inteiros positivos m e n , vale:
- $$\mathbb{P}(X > m + n | X > m) = \mathbb{P}(X \geq n)$$
24. Se X tiver distribuição de Poisson com parâmetro β , e se $\mathbb{P}(X = 0) = 0,2$, calcular $\mathbb{P}(X > 2)$.
25. O número de navios petroleiros, digamos N , que chegam a determinada refinaria, cada dia, tem distribuição de Poisson, com parâmetro $\lambda=2$. As atuais instalações do porto podem atender a três petroleiros por dia. Se mais de três petroleiros aportarem por dia, os excedentes a três deverão seguir para outro porto.
- Em um dia, qual é a probabilidade de se ter de mandar petroleiros para outro porto?
 - De quanto deverão as atuais instalações ser aumentadas para permitir manobrar todos os petroleiros, em aproximadamente 90% dos dias?
 - Qual é o número esperado de petroleiros a chegarem por dia?
 - Qual é o número mais provável de petroleiros a chegarem por dia?
 - Qual é o número esperado de petroleiros a serem atendidos diariamente?
 - Qual é o número esperado de petroleiros que voltarão a outros portos diariamente?
26. Suponha que a probabilidade de que uma peça, produzida por determinada máquina, seja defeituosa é 0,2. Se 10 peças produzidas por essa máquina forem escolhidas ao acaso, qual é a probabilidade de que não mais de uma defeituosa seja encontrada? Empregue a distribuição Binomial e de Poisson e compare as respostas.
27. Uma companhia de seguros descobriu que somente cerca de 0,1% da população está incluída em um tipo de acidente cada ano. Se seus 10.000 segurados são escolhidos, ao acaso, na população, qual é a probabilidade de que não mais do que 5 de seus clientes venham a estar incluídos em tal acidente no próximo ano?
28. Suponha que X tenha uma distribuição de Poisson. Se $\mathbb{P}(X = 2) = \frac{2}{3}\mathbb{P}(X = 1)$, calcular:
- $$\mathbb{P}(X = 0) \text{ e } \mathbb{P}(X = 3).$$
29. Um fabricante de filmes produz 10 rolos de um filme especialmente sensível, cada ano. Se o filme não for vendido dentro do ano, ele deve ser refugado. A experiência passada diz que D , a (pequena) procura desse filme, é uma variável aleatória com distribuição de Poisson, com parâmetro 8. Se um lucro de \$7 for obtido, para cada rolo vendido, enquanto um prejuízo de \$3 é verificado para cada rolo refugado, calcule o lucro esperado que o fabricante possa realizar com os 10 rolos que ele produz.
30. O retorno para os próximos doze meses de uma ação é a variável aleatória X registrada na tabela seguinte. Qual o valor esperado e o desvio padrão?

x	$P(x)$
10%	10%
15%	30%
20%	40%

25%	20%
-----	-----

31. A tabela seguinte registra o lucro líquido da empresa para o próximo ano (em milhões) e suas respectivas probabilidades. Calcular o valor esperado e o desvio padrão.

Cenários	Lucro Líquido	Probabilidade
Excelente	10	20%
Bom	5	40%
Sofrível	1	25%
Ruim	-4	15%

32. O gerente do banco afirma que em média sua agência tem que administrar a devolução de oito cheques por dia por falta de fundos. Considerando que a distribuição do número de cheques devolvidos é do tipo Poisson, qual a probabilidade de amanhã ter que devolver:
- Menos de oito cheques?
 - Exatamente oito cheques?
 - Oito ou mais cheques?
 - Nenhum cheque?
 - A partir de quantos cheques pode-se afirmar que a probabilidade de ocorrência dessa quantia de devolução de cheques é “*nula*”?
33. Os dados históricos das vendas de um televisor importado mostram que durante o período de garantia de um ano: 80% dos televisores não apresentaram nenhum problema, 15% requereram algum conserto e regulagem, e os restantes 5% devem ser substituídos. O lucro nos três casos foi, respectivamente, \$85, \$20 e -\$35 (considerando o valor da venda como sucata). Calcular o lucro esperado na venda de 100 unidades.